**第二讲古典概型与几何概型**

id:2147491463;FounderCES

题组1求古典概型的概率

1*.*[2017全国卷Ⅱ,11,5分]从分别写有1,2,3,4,5的5张卡片中随机抽取1张,放回后再随机抽取1张,则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为()

A. B. C. D.

2*.*[2016全国卷Ⅰ,3,5分]为美化环境,从红、黄、白、紫4种颜色的花中任选2种花种在一个花坛中,余下的2种花种在另一个花坛中,则红色和紫色的花不在同一花坛的概率是()

A. B. C. D.

3*.*[2015 新课标全国Ⅰ,4,5分]如果3个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长,则称这3个数为一组勾股数*.*从1,2,3,4,5中任取3个不同的数,则这3个数构成一组勾股数的概率为()

A*.* B*.* C*.* D*.*

4*.*[2014湖北,5,5分]随机掷两枚质地均匀的骰子,它们向上的点数之和不超过5的概率记为*p*1,点数之和大于5的概率记为*p*2,点数之和为偶数的概率记为*p*3,则()

A*.p*1*<p*2*<p*3 B*.p*2*<p*1*<p*3

C*.p*1*<p*3*<p*2 D*.p*3*<p*1*<p*2

5*.*[2016四川,16,5分]从2,3,8,9中任取两个不同的数字,分别记为*a*,*b*,则log*ab*为整数的概率是*.*

6*.*[2016山东,16,12分]某儿童乐园在“六一”儿童节推出了一项趣味活动*.*参加活动的儿童需转动如图13*-*2*-*1所示的转盘两次,每次转动后,待转盘停止转动时,记录指针所指区域中的数*.*设两次记录的数分别为*x*,*y.*奖励规则如下:

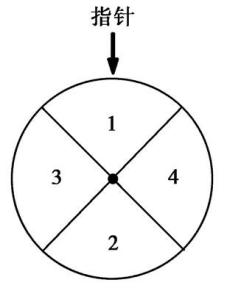


图13*-*2*-*1

①若*xy*≤3,则奖励玩具一个;

②若*xy*≥8,则奖励水杯一个;

③其余情况奖励饮料一瓶*.*

假设转盘质地均匀,四个区域划分均匀*.*小亮准备参加此项活动*.*

(Ⅰ)求小亮获得玩具的概率;

(Ⅱ)请比较小亮获得水杯与获得饮料的概率的大小,并说明理由*.*

题组2几何概型的概率计算

7*.*[2016全国卷Ⅰ,4,5分][理]某公司的班车在7:30,8:00,8:30发车,小明在7:50至8:30之间到达发车站乘坐班车,且到达发车站的时刻是随机的,则他等车时间不超过10分钟的概率是()

A. B. C. D.

8*.*[2016全国卷Ⅱ,10,5分][理]从区间[0,1]随机抽取2*n*个数*x*1,*x*2,…,*xn*,*y*1,*y*2,…,*yn*,构成*n*个数对(*x*1,*y*1),(*x*2,*y*2),…,(*xn*,*yn*),其中两数的平方和小于1的数对共有*m*个,则用随机模拟的方法得到的圆周率π的近似值为()

A. B. C. D.

9*.*[2015福建,8,5分]如图13*-*2*-*2,矩形*ABCD*中,点*A*在*x*轴上,点*B*的坐标为(1,0),且点*C*与点*D*在函数*f*(*x*)*=*的图象上*.*若在矩形*ABCD*内随机取一点,则此点取自阴影部分的概率等于()

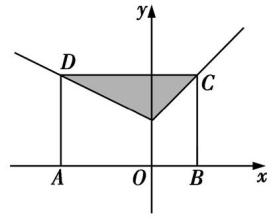


图13*-*2*-*2

A. B. C. D.

10*.*[2017江苏,7,5分][理]记函数*f*(*x*)*=*的定义域为*D.*在区间[*-*4,5]上随机取一个数*x*,则*x*∈*D*的概率是*.*

11*.*[2016山东,14,5分][理]在[*-*1,1]上随机地取一个数*k*,则事件“直线*y=kx*与圆(*x-*5)2*+y*2*=*9相交”发生的概率为*.*

12*.*[2015重庆,15,5分]在区间[0,5]上随机地选择一个数*p*,则方程*x*2*+*2*px+*3*p-*2*=*0有两个负根的概率为*.*

13*.*[2014重庆,15,5分]某校早上8:00开始上课,假设该校学生小张与小王在早上7:30*~*7:50之间到校,且每人在该时间段的任何时刻到校是等可能的,则小张比小王至少早5分钟到校的概率为*.*(用数字作答)

id:2147491498;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018益阳市、湘潭市高三调考,2]已知*a*∈{*-*2,0,1,2,3},*b*∈{3,5},则函数*f*(*x*)*=*(*a*2*-*2)e*x+b*为减函数的概率是()

A*.* B. C. D.

2*.*[2018益阳市、湘潭市高三调考,4]若正方形*ABCD*的边长为4,*E*为四边上任意一点,则*AE*的长度大于5的概率等于()

A. B. C. D.

3*.*[2018广东七校联考,9] 在如图13*-*2*-*3所示的圆形图案中有12片树叶,构成树叶的圆弧均相同且所对的圆心角为,若在圆内随机取一点,则此点取自树叶(即图中阴影部分)的概率是

()



图13*-*2*-*3

A.2*-* B.4*-* C.*-* D.

4*.*[2018惠州市一调,9][数学文化题]我国古代数学家赵爽在《周髀算经》一书中给出了勾股定理的绝妙证明*.*如图13*-*2*-*4是赵爽的弦图*.*弦图是一个以勾股形(即直角三角形)之弦为边的正方形,其面积称为弦实*.*图中包含四个全等的勾股形及一个小正方形,分别涂成朱(红)色及黄色,其面积称为朱实、黄实,利用2*×*勾*×*股*+*(股*-*勾)2*=*4*×*朱实*+*黄实*=*弦实*=*弦2,化简得:勾2 *+* 股2*=*弦2*.*设勾股形中勾股比为1*∶*,若向弦图内随机抛掷1 000颗图钉(大小忽略不计),则落在黄色图形内的图钉数大约为()

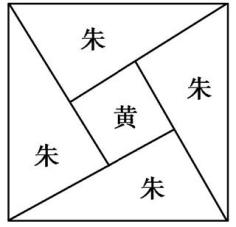


图13*-*2*-*4

A.866 B.500 C.300 D.134

5*.*[2018陕西省部分学校摸底检测,14]连掷两次骰子得到的点数分别为*m*和*n*,若向量*a=*(*m*,*n*)与向量*b=*(1,*-*2)的夹角为*θ*,则*θ*为锐角的概率是*.*

6*.*[2018辽宁五校联考,15]在区间[*-*1,1]上随机取一个数*k*,则直线*y=k*(*x+*2)与圆*x*2*+y*2*=*1有公共点的概率为*.*

7*.*[2017沈阳市三模,13]在区间(0,2)中随机地取出两个数,则两数之和小于1的概率是*.*

**B组提升题**

8*.*[2018成都市高三摸底测试,9]小明在花店定了一束鲜花,花店承诺将在第二天早上7:30*~*8:30之间将鲜花送到小明家*.*若小明第二天离开家去公司上班的时间在早上8:00*~*9:00之间,则小明在离开家之前收到这束鲜花的概率是()

A. B. C. D.

9*.*[2018陕西省部分学校摸底检测,9]在球*O*内任取一点*P*,则点*P*在球*O*的内接正四面体中的概率是()

A. B. C. D.

10*.*[2018石家庄市重点高中高三摸底考试,10]一个三位数,个位、十位、百位上的数字依次为*x*,*y*,*z*,当且仅当*y>x*,*y>z*时,称这样的数为“凸数”(如243),现从集合{1,2,3,4}中取出三个不相同的数组成一个三位数,则这个三位数是“凸数”的概率为()

A. B. C. D.

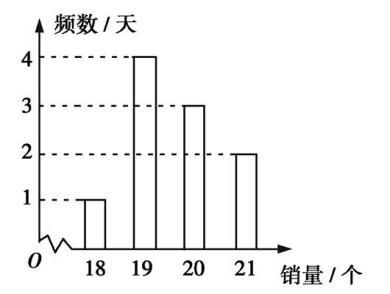


图13*-*2*-*5

11*.*[2018湖北省部分重点中学高三起点考试,6]某商场对某一商品搞活动,已知该商品每一个的进价为3元,售价为8元,每天销售的第20个及之后的商品按半价出售,该商场统计了近10天这种商品的销售量,如图13*-*2*-*5所示*.*设*x*为这种商品每天的销售量,*y*为该商场每天销售这种商品的利润*.*从日利润不少于96元的几天里任选2天,则选出的这2天日利润都是97元的概率为()

A. B. C. D.

12*.*[2018长春市高三第一次质量监测,18]长春市的“名师云课”活动自开展以来获得广大家长和学生的高度赞誉,在第二季“名师云课”中,数学学科共计推出36节云课,为了更好地将课程内容呈现给学生,现对某一时段云课的点击量进行统计:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 点击量 | [0,1 000] | (1 000,3 000] | (3 000,*+∞*) |
| 节数 | 6 | 18 | 12 |

(1)现从36节云课中采用分层抽样的方式选出6节,求选出的点击量超过3 000的节数;

(2)为了更好地搭建云课平台,现将云课进行剪辑,若点击量在区间[0,1 000]内,则需要花费40分钟进行剪辑,若点击量在区间(1 000,3 000]内,则需要花费20分钟进行剪辑,点击量超过3 000,则不需要剪辑,现从(1)中选出的6节课中任意选出2节课进行剪辑,求剪辑时间为40分钟的概率*.*

**答案**

id:2147494852;FounderCES

1*.*D依题意,记两次取得卡片上的数字依次为*a*,*b*,则一共有25个不同的数组(*a*,*b*),其中满足*a>b*的数组共有10个,分别为(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),因此所求的概率为*=*,故选D*.*

2*.*C从红、黄、白、紫4种颜色的花中任选2种花种在一个花坛中,余下的2种花种在另一个花坛中,共有6种选法*.*红色和紫色的花不在同一花坛的有4种选法,根据古典概型的概率计算公式,所求的概率为*=.*故选C*.*

3*.*C从1,2,3,4,5中任取3个不同的数,有{1,2,3},{1,2,4},{1,2,5},{1,3,4},{1,3,5},{1,4,5},

{2,3,4},{2,3,5},{2,4,5},{3,4,5},共10个基本事件,其中这3个数能构成一组勾股数的只有{3,4,5},所以所求概率为,故选C*.*

4*.*C总的基本事件个数为36,向上的点数之和不超过5的有(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(4,1),共10个, 则向上的点数之和不超过5的概率*p*1*==*;向上的点数之和大于5的概率*p*2*=*1*-=*;向上的点数之和为偶数与向上的点数之和为奇数的个数相等,故向上的点数之和为偶数的概率*p*3*=.*即*p*1*<p*3*<p*2,故选C*.*

5*.*从2,3,8,9中任取两个不同的数字,(*a*,*b*)的所有可能结果有(2,3),(2,8),(2,9),(3,2),(3,8),(3,9),(8,2),(8,3),(8,9),(9,2),(9,3),(9,8),共12种, 其中log28*=*3,log39*=*2为整数,所以log*ab*为整数的概率为*.*

6*.*用数对(*x*,*y*)表示儿童参加活动先后记录的数,则基本事件空间Ω与点集*S=*{(*x*,*y*)*|x*∈N,*y*∈N,1≤*x*≤4,1≤*y*≤4}一一对应*.*

因为*S*中元素的个数是4*×*4*=*16,所以基本事件总数*n=*16*.*

(Ⅰ)记“*xy*≤3”为事件*A*,则事件*A*包含的基本事件共5个,即(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(3,1)*.*

所以*P*(*A*)*=*,即小亮获得玩具的概率为*.*

(Ⅱ)记“*xy*≥8”为事件*B*,“3*<xy<*8”为事件*C.*

则事件*B*包含的基本事件共6个,

即(2,4),(3,3),(3,4),(4,2),(4,3),(4,4),

所以*P*(*B*)*==.*

事件*C*包含的基本事件共5个,即(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(4,1),

所以*P*(*C*)*=.*

因为*>*,所以小亮获得水杯的概率大于获得饮料的概率*.*

7*.*B由题意得图D 13*-*2*-*2,

id:2147494859;FounderCES

图D 13*-*2*-*2

由图得等车时间不超过10分钟的概率为*.*

8*.*C设由构成的正方形的面积为*S*,*+<*1构成的图形的面积为*S'*,所以*==*,所以π*=*,故选C*.*

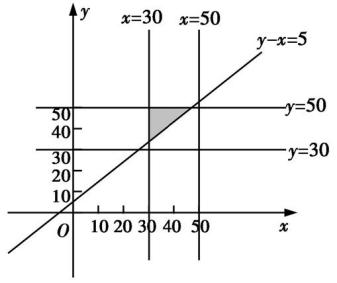
9*.*B依题意得,点*C*的坐标为(1,2),所以点*D*的坐标为(*-*2,2),所以*S*矩形*ABCD=*3*×*2*=*6,*S*阴影*=×*3*×*1*=*,根据几何概型的概率求解公式,得所求的概率*P===*,故选B*.*

10*.*由6*+x-x*2≥0,解得*-*2≤*x*≤3,则*D=*[*-*2,3],则所求概率为*=.*

11*.*圆(*x-*5)2*+y*2*=*9的圆心为*C*(5,0),半径*r=*3,故由直线与圆相交可得*<r*,即*<*3,整理得*k*2*<*,得*-<k<.*故所求事件的概率*P==.*

12*.*设方程*x*2*+*2*px+*3*p-*2*=*0的两个根分别为*x*1,*x*2,由题意,得结合0≤*p*≤5,解得*<p*≤1或2≤*p*≤5,所以所求概率*P==.*

13*.*



图D 13*-*2*-*3

设小张与小王的到校时间分别为7:00后第*x*分钟,第*y*分钟,根据题意可画出图形,如图D 13*-*2*-*3所示,则总事件所占的面积为(50*-*30)2*=*400*.*记小张比小王至少早5分钟到校为事件*A*,则*A=*{(*x*,*y*)*|y-x*≥5,30≤*x*≤50,30≤*y*≤50},如图D 13*-*2*-*3中阴影部分所示,阴影部分所占的面积为*×*15*×*15*=*,所以小张比小王至少早5分钟到校的概率为*P*(*A*)*==.*

id:2147494873;FounderCES

**A组基础题**

1*.*C函数*f*(*x*)*=*(*a*2*-*2)e*x+b*为减函数,则*a*2*-*2*<*0,又*a*∈{*-*2,0,1,2,3},故只有*a=*0,*a=*1满足题意,又*b*∈{3,5},所以函数*f*(*x*)*=*(*a*2*-*2)e*x+b*为减函数的概率*P==.*故选C*.*

2*.*D设*M*,*N*分别为*BC*,*CD*靠近点*C*的四等分点,则当*E*在线段*CM*,*CN*(不包括*M*,*N*)上时,*AE*的长度大于5,因为正方形的周长为16,*CM+CN=*2,所以*AE*的长度大于5的概率为*=*,故选D*.*

3*.*B设圆的半径为*r*,根据扇形面积公式和三角形面积公式得阴影部分的面积*S=*24(π*r*2*-r*2)*=*4π*r*2*-*6*r*2,圆的面积*S'=*π*r*2,所以此点取自树叶(即图中阴影部分)的概率为*=*4*-*,故选B*.*

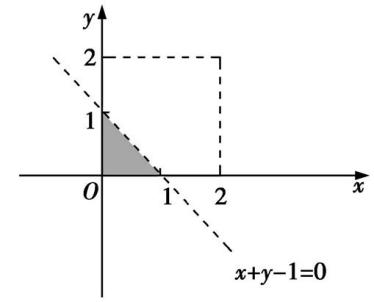
4*.*D设勾为*a*,则股为*a*,所以弦为2*a*,小正方形的边长为*a-a*,所以题图中大正方形的面积为4*a*2,小正方形的面积为(*-*1)2*a*2,所以小正方形与大正方形的面积比为*=*1*-*,所以落在黄色图形(小正方形)内的图钉数大约为(1*-*)*×*1 000≈134*.*

5*.*因为向量***a*,*b*** 的夹角为锐角,所以***a*·*b****>*0且***a*,*b***不共线,所以*m-*2*n>*0且*n*≠*-*2*m.*由题意得向量***a***一共有36个,其中满足*m-*2*n>*0且*n*≠*-*2*m*的共有6个,分别为(3,1),(4,1),(5,1),(5,2),

(6,1),(6,2),所以*θ*为锐角的概率是*.*

6*.*因为直线*y=k*(*x+*2)与圆*x*2*+y*2*=*1有公共点,所以≤1,解得*-*≤*k*≤,所以所求概率为*=.*

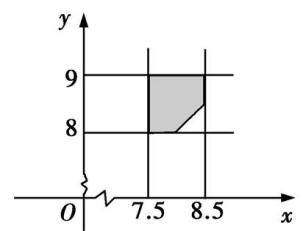
7*.*设在区间(0,2)中随机取出的两个数为*x*,*y*,根据题意可画出图形,如图D 13*-*2*-*4,则总事件所占的面积为2*×*2*=*4*.*记两数之和小于1为事件*A*,则*A=*{(*x*,*y*)*|x+y<*1,0*<x<*2,0*<y<*2},如图D 13*-*2*-*4中阴影部分所示,阴影部分所占的面积为*×*1*×*1*=*,所以两数之和小于1的概率为*P*(*A*)*==.*



图D 13*-*2*-*4

**B组提升题**

8*.*D如图D 13*-*2*-*5,设送花人到达小明家的时间为*x*,小明离家去上班的时间为*y*,记小明离家前能收到鲜花为事件*A.*(*x*,*y*)可以看成平面中的点,试验的全部结果所构成的区域为*Ω=*{(*x*,*y*)*|*7*.*5≤*x*≤8*.*5,8≤*y*≤9},这是一个正方形区域,面积为*SΩ=*1*×*1*=*1,事件*A*所构成的区域为*A=*{(*x*,*y*)*|y*≥*x*,7*.*5≤*x*≤8*.*5,8≤*y*≤9},即图中的阴影部分,面积为*SA=*1*-××=.*这是一个几何概型,所以*P*(*A*)*==*,故选D.



图D 13*-*2*-*5

9*.*C设球*O*的半径为*R*,球*O*的内接正四面体的棱长为*a*,所以正四面体的高为*a*,所以*R*2*=*(*a*)2*+*(*-R*)2,即*a=*2*R*,所以正四面体的棱长为,底面面积为*××R=R*2,高为,所以正四面体的体积为*××=R*3*.*又球*O*的体积为π*R*3,所以*P*点在球*O*的内接正四面体中的概率为*=*,故选C.

10*.*B从集合{1,2,3,4}中取出三个不相同的数组成一个三位数共有24个结果:123,124,132,134,142,143,213,214,231,234,241,243,312,314,321,324,341,342,412,413,421,423,431,432,其中是“凸数”的是132,142,143,231,241,243,341,342,共8个结果,所以这个三位数是“凸数”的概率为*=*,故选B*.*

11*.*B日销售量不少于20个时,日利润不少于96元,其中日销售量为20个时,日利润为96元;日销售量为21个时,日利润为97元*.*从条形统计图可以看出,日销售量为20个的有3天,日销售量为21个的有2天*.*日销售量为20个的3天记为*a*,*b*,*c*,日销售量为21个的2天记为*A*,*B*,从这5天中任选2天,可能的情况有10种:(*a*,*b*),(*a*,*c*),(*a*,*A*),(*a*,*B*),(*b*,*c*),(*b*,*A*),(*b*,*B*),(*c*,*A*),(*c*,*B*),(*A*,*B*),其中选出的2天日销售量都为21个的情况只有1种,故所求概率*P=.*故选B*.*

12*.*(1)根据分层抽样,从36节云课中选出6节课,其中点击量超过3 000的节数为*×*12*=*2*.*

(2)在(1)中选出的6节课中,点击量在区间[0,1 000]内的有1节,点击量在区间(1 000,3 000]内的有3节*.*

设点击量在区间[0,1 000]内的1节课为*A*1,点击量在区间(1 000,3 000]内的3节课分别为*B*1,*B*2,*B*3,点击量超过3 000的2节课分别为*C*1,*C*2*.*

从中选出2节课的方式有*A*1*B*1,*A*1*B*2,*A*1*B*3,*A*1*C*1,*A*1*C*2,*B*1*B*2,*B*1*B*3,*B*1*C*1,*B*1*C*2,*B*2*B*3,*B*2*C*1,*B*2*C*2,

*B*3*C*1,*B*3*C*2,*C*1*C*2,共15种,其中剪辑时间为40分钟的情况有*A*1*C*1,*A*1*C*2,*B*1*B*2,*B*1*B*3,*B*2*B*3,共5种,则剪辑时间为40分钟的概率*P==.*